

符号検定と Wilcoxon の符号付き順位検定【第 46 回生物統計学】

1 概要

対応のある 2 群間で量的データや順位データの分布に差があるか検定する手法として符号検定、または Wilcoxon の符号付き順位検定という検定方法があります。今回はそれぞれの検定の根本となる考え方と、両者の違い、使い分け方について紹介します。

2 符号検定と Wilcoxon の符号付き順位検定

試験食品を摂取した前後で血中のバイオマーカーの濃度を測定する試験を例にして検定の原理を解説します。

得られた試験結果を表 1 に示します。符号検定の際に必要なのが「摂取によって測定値が減少または増加した人数」、符号付き順位検定の際に必要なのが「変化量の絶対値の小ささの順位」です。

表 1. 各試験参加者の摂取前後の測定値

試験参加者	摂取前	摂取後	摂取による減少の有無	変化量の絶対値	順位
a1	79	70	1	9	6
a2	96	88	1	8	5
a3	85	73	1	12	7
a4	69	74	0	5	2
a5	88	75	1	13	8
a6	75	72	1	3	1
a7	83	77	1	6	3
a8	88	81	1	7	4

符号検定においては、帰無仮説として「摂取前後で変化がない」、対立仮説として「摂取後は摂取前よりも低くなる」という仮説を設定します。帰無仮説が成り立つとき、摂取によって測定値が減少する人数 a および増加する人数 b は二項分布 $\text{Bin}(a+b, 1/2)$ に従います。サンプル数が十分に多いとき（一般に $n=25$ 以上） a, b はともに正規分布 $N((a+b)/2, (a+b)/4)$ に近似できますが、今回はサンプル数が少ないため直接 a が 7 以上となる確率を計算します。

$${}_8C_7 \cdot (1/2)^7 \cdot (1/2)^{8-7} + {}_8C_8 \cdot (1/2)^8 \cdot (1/2)^{8-8} = (1+8)/256 \div 0.035$$

より、有意水準 5% を下回るため帰無仮説が棄却され、試験食品の摂取により有意な低下が認められます。



Wilcoxon の符号付き順位検定においては、変化量が正である群の順位和と、負である群の順位和に差が無いと仮定したとき、双方が近似的に正規分布 $N(n(n+1)/4, n(n+1)(2n+1)/24)$ に従うとする検定方法です。例のようにサンプル数が少ない場合は誤差が大きく近似しにくいですが、検定表を参照することで棄却域を設定できます。この場合、より値の小さい変化量が正である順位和の方を検定に用います。 $n=8$ で有意水準 5% のとき、棄却域は 5 で検定統計量はそれよりも小さいため、帰無仮説は棄却されます。

表 2. Wilcoxon の符号付き順位検定表

$n \backslash \alpha$	0.005	0.01	0.025	0.05
1	-	-	-	-
2	-	-	-	-
3	-	-	-	-
4	-	-	-	-
5	-	-	-	0 (.0312)
6	-	-	0 (.0156)	2 (.0469)
7	-	0 (.0078)	2 (.0234)	3 (.0391)
8	0 (.0039)	1 (.0078)	3 (.0195)	5 (.0391)
9	1 (.0039)	3 (.0098)	5 (.0195)	8 (.0488)
10	3 (.0049)	5 (.0098)	8 (.0244)	10 (.0420)
11	5 (.0049)	7 (.0093)	10 (.0210)	13 (.0415)
12	7 (.0046)	9 (.0081)	13 (.0212)	17 (.0461)
13	9 (.0040)	12 (.0085)	17 (.0239)	21 (.0471)
14	12 (.0043)	15 (.0083)	21 (.0247)	25 (.0453)
15	15 (.0042)	19 (.0090)	25 (.0240)	30 (.0473)
16	19 (.0046)	23 (.0091)	29 (.0222)	35 (.0467)
17	23 (.0047)	27 (.0087)	34 (.0224)	41 (.0492)
18	27 (.0045)	32 (.0091)	40 (.0241)	47 (.0494)
19	32 (.0047)	37 (.0090)	46 (.0247)	53 (.0478)
20	37 (.0047)	43 (.0096)	52 (.0242)	60 (.0487)
21	42 (.0045)	49 (.0097)	58 (.0230)	67 (.0479)
22	48 (.0046)	55 (.0095)	65 (.0231)	75 (.0492)
23	54 (.0046)	62 (.0098)	73 (.0242)	83 (.0490)
24	61 (.0048)	69 (.0097)	81 (.0245)	91 (.0475)
25	68 (.0048)	76 (.0094)	89 (.0241)	100 (.0479)

3 二つの検定の使い分け

前章で紹介した二つの検定はいずれも対応のある二群間の差についてのものですが、いつもどちらかだけ





使えばよいというものではなく、データの形式に応じて使い分ける必要があります。分布に対称性のある量的データならば Wilcoxon の符号付き順位検定を用いたほうが精度は高くなります。しかし、差の絶対値の大小から検定統計量を算出するため、分布が非対称な場合はズレが大きくなってしまいます。その場合は符号検定を用いるほうが望ましいとされます。